

Cvičení 8

1. Zavěšená pružina má v nenapjatém stavu délku d . Upevníme-li na její konec závaží o hmotnosti m , prodlouží se na $d + a$. Na závaží, které je v klidu, dopadne z výšky a druhé závaží o téže hmotnosti a spojí se s ním.

(a) Najděte periodu a amplitudu kmitů takové soustavy.

(b) Najděte časový průběh polohy závaží při tomto pohybu.

(c) Vypočítejte potenciální, kinetickou a celkovou energii oscilátoru.

[řešení:

(a) perioda: $T = 2\pi\sqrt{\frac{2a}{g}}$, amplituda: $A = a\sqrt{2}$

(b) rovnice pohybu: $x(t) = -a\sqrt{2}\sin\left(\sqrt{\frac{g}{2a}}t - \frac{\pi}{4}\right)$

(c) potenciální energie: $E_p = mga\sin^2\left(\sqrt{\frac{g}{2a}}t - \frac{\pi}{4}\right)$,

kinetická energie: $E_k = mga\cos^2\left(\sqrt{\frac{g}{2a}}t - \frac{\pi}{4}\right)$, celková energie: $E = mga]$

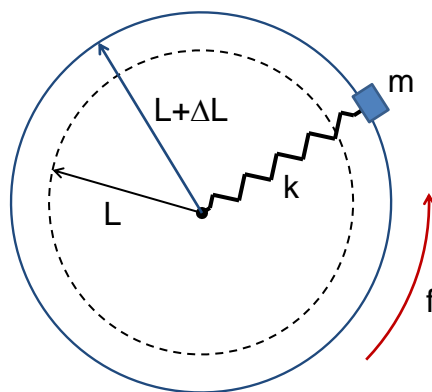
2. Současně rozezvučíme dvě ladičky jednu s frekvencí 440 Hz (komorní a) a druhou mírně podladěnou na 435 Hz. Jaká bude perioda zánějů?

[řešení: 0.2 s]

3. Někdo položil na kruhový kolotoč o poloměru 10 m skříň o hmotnosti 100 kg do vzdálenosti 5 m od středu kolotoče. Kolotoč se začal otáčet a postupně byla zvyšována rychlost otáčení. Skříň nejdříve stála na místě a když rychlost otáčení dosáhla 10 otoček za minutu skříň se začala pohybovat směrem ke kraji kolotoče. Jaký je koeficient statického smykového tření mezi skříní a podlahou kolotoče?

[řešení: 0.56]

4. Závaží o hmotnosti $m = 100$ g upevněné na pružině o zanedbatelné hmotnosti a tuhosti $k = 200$ kg s⁻² koná rovnoměrný kruhový pohyb naznačený na obrázku. Frekvence otáčení je $f = 5$ Hz. Určete prodloužení pružiny ΔL , pokud je její délka v nenapjatém stavu $L = 10$ cm. [5pt]



$$[\text{řešení: } \Delta L = L \left(\frac{k}{4\pi^2 f^2 m} - 1 \right)^{-1} = 9.7 \text{ cm}]$$

5. Vypočítejte velikost a směr Coriolisovy síly, působící na letadlo o hmotnosti 200 t letící rychlostí 900 km/h z Prahy (zeměpisná šířka 50.08°) směrem na východ.

$$[\text{řešení: } \vec{F}_C = \frac{4\pi m v'}{T} (0, -\sin \varphi, \cos \varphi) = (0, -5580 \text{ N}, 4670 \text{ N})]$$

Základní vztahy a údaje

pevná kladka: $F_1 = F_2$

volná kladka: $F_1 = \frac{1}{2}F_2$

pohybová rovnice harmonického oscilátoru: $\ddot{x} = -\omega^2 x$

obecné řešení pohybu harmonického oscilátoru: $x(t) = A \sin(\omega t + \delta)$

síla působící na nataženou pružinu: $F = -k\Delta l$

goniometrické vzorce:

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \sin y \cos x$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \left(\frac{x+y}{2} \right) \cos \left(\frac{x-y}{2} \right)$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \left(\frac{x+y}{2} \right) \cos \left(\frac{x-y}{2} \right)$$

odstředivá síla: $\vec{F}_o = -m\vec{\omega}(\vec{\omega} \times \vec{r})$

Coriolisova síla: $\vec{F}_C = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$